

12 FEBBRAIO 1920

LETTERE AL DIRETTORE.

[L'Editore non si ritiene responsabile delle opinioni espresse dai suoi corrispondenti. Né può impegnarsi a restituire o a corrispondere con gli autori di manoscritti rifiutati destinati a questa o ad altre parti di NATURE. Non si prende nota delle comunicazioni anonime.]

Euclide, Newton ed Einstein.

DA QUANDO i risultati della spedizione Eclipse di maggio scorso sono stati resi pubblici, un grandissimo interesse generale è stato dimostrato per una teoria che, fino a poche settimane fa, era nota solo a matematici e fisici. Anche tra questi, non molti hanno saputo offrire una spiegazione adeguata della nuova visione dello spazio e del tempo e delle loro relazioni reciproche, mentre alcuni hanno considerato l'intera questione come uno scherzo matematico che ha portato a risultati interessanti senza valore pratico; e probabilmente non pochi hanno pensato che un sistema di geometria non euclideo fosse inammissibile in qualsiasi teoria fisica dell'universo. D'altra parte, ci sono alcuni che sono arrivati al punto di sostenere che la geometria non euclidea dovrebbe essere insegnata a ragazzi e ragazze nelle scuole secondarie. I libri pubblicati su questo argomento non entrano in contatto con alcuna esperienza ordinaria e, di conseguenza, l'intero argomento è stato considerato una finzione matematica. Finora, la maggior parte delle persone ha effettivamente visto le normali operazioni della vita procedere nello spazio non euclideo, sebbene non abbiano realizzato il significato di tutto ciò che hanno visto. Nello spazio dietro uno specchio piano gli oggetti sono invertiti a destra e a sinistra (pervertiti), sebbene per tutti gli altri aspetti corrispondano esattamente agli oggetti reali di fronte allo specchio di cui sono le immagini, ma nello spazio dietro uno specchio convesso questo non è il caso. La geometria di questo spazio e il comportamento dei corpi in movimento al suo interno, come visti dall'osservatore esterno e come studiati da un essere intelligente all'interno dello spazio immagine, diciamo, l'immagine dell'osservatore esterno, che applica alle immagini e ai loro movimenti gli stessi standard di misurazione che l'osservatore esterno applica agli oggetti reali nel suo spazio, ci introducono in uno spazio non euclideo che è oggetto di osservazione comune e prepara la mente alla ricezione di molte delle conclusioni della ormai famosa teoria della relatività. Nella discussione di quella teoria si suppone che due osservatori si muovano relativamente l'uno rispetto all'altro, ciascuno con il proprio set di strumenti di misura e ciascuno vivendo nel proprio mondo o sistema, e le differenze tra i fenomeni che si verificano in ciascun sistema come misurati dall'abitante di quel sistema e dall'osservatore esterno costituiscono la base della teoria. In corrispondenza di questi due osservatori proponiamo di considerare l'osservatore effettivo fuori dallo specchio convesso e la sua presunta immagine intelligente dietro lo specchio, e di considerare come le immagini dietro lo specchio, trattate come oggetti reali, sembrano comportarsi per entrambi gli osservatori.

In primo luogo, è necessario considerare la dimensione e la forma degli oggetti, o, in altre parole, la geometria dello spazio. Per evitare ripetizioni, sarà conveniente chiamare l'osservatore esterno A e la sua immagine intelligente B. La linea che unisce il punto medio dello specchio con il centro della sfera di cui la superficie dello specchio è una parte è l'asse dello specchio, e si può supporre che sia estesa in modo definitivo all'esterno dello specchio.

L'immagine di una stella infinitamente distante sull'asse dello specchio sarà formata in un punto a metà strada tra la superficie dello specchio e il centro della sfera. Questo punto è chiamato fuoco principale, e la sua distanza dallo specchio è la lunghezza focale, che è metà del raggio.

Sarà conveniente chiamare questo punto F. Una serie di linee tracciate dalla circonferenza dello specchio verso l'esterno e tutte parallele all'asse racchiudono uno spazio cilindrico in cui devono essere confinati gli oggetti esterni considerati. Tutte queste linee prodotte indefinitamente incontreranno alla fine la stella sull'asse dello specchio. Le loro immagini convergeranno quindi tutte verso il fuoco principale F, e l'intero cilindro infinito nel mondo esterno corrisponderà a un cono dietro lo specchio avente F per vertice e lo specchio per base curva. Se un oggetto esterno si allontana all'infinito, la sua immagine non andrà mai oltre F, e le immagini delle linee rette che incontrano lo specchio e si estendono parallelamente all'asse fino alla stella lontana si incontreranno tutte in F. Supporremo che il raggio di curvatura dello specchio sia molto grande rispetto alle dimensioni dello specchio stesso o dell'osservatore.

Esiste una legge geometrica molto semplice che collega la distanza di un oggetto dallo specchio e la distanza della sua immagine da F. Questa legge non deve preoccuparci se non per sottolineare che quando l'oggetto si allontana dallo specchio la sua immagine si avvicina a F e, come visto dall'osservatore esterno, le dimensioni dell'immagine in tutte le direzioni perpendicolari all'asse sono proporzionali alla sua distanza da F, ma le dimensioni parallele all'asse sono proporzionali al quadrato della distanza da F dell'immagine. Questa è la proprietà peculiare dello spazio dello specchio convesso. Se una palla da cricket viene posta di fronte allo specchio a una distanza uguale alla lunghezza focale, la sua immagine sarà a metà strada tra lo specchio e F, ma l'immagine non sarà sferica. In tutte le direzioni perpendicolari all'asse le dimensioni saranno ridotte a metà, ma lungo l'asse saranno ridotte a un quarto, così che la sfera sarà rappresentata da uno sferoide oblato (un'arancia) con un asse polare pari a metà del diametro equatoriale. Se la palla si allontana ulteriormente dallo specchio, l'appiattimento dello sferoide aumenterà e quando l'immagine sarà a tre quarti di distanza tra lo specchio e F, l'asse polare sarà solo un quarto del diametro equatoriale dello sferoide, che sarà a sua volta solo un quarto del diametro della palla da cricket. Se un cerchio circolare viene posizionato con il suo piano ad angolo retto rispetto all'asse, la sua immagine sarà circolare, ma se viene girato in modo che il suo piano sia parallelo all'asse, l'immagine sarà un'ellisse, che diventerà sempre più eccentrica man mano che il cerchio si allontana dallo specchio e l'immagine diminuisce avvicinandosi a F. Un set di trottole che gira con il suo asse perpendicolare all'asse dello specchio apparirà nella sua immagine all'osservatore esterno come ellittico, con i suoi assi fissi nello spazio, in modo che quando qualsiasi linea di particelle nella parte superiore si avvicina al parallelismo all'asse dello specchio, esse saranno compresse insieme e si espanderanno di nuovo mentre si allontanano dal parallelismo. A metà strada tra lo specchio e F, la densità della parte superiore apparirà ad A due volte maggiore nella direzione dell'asse rispetto a qualsiasi direzione perpendicolare all'asse, poiché lo stesso numero di particelle sarà compresso in metà lunghezza.

Tutto questo è stato scritto dal punto di vista di A, l'osservatore esterno. Ma come appariranno tutte queste cose a B, che vive e si muove nello spazio dello specchio? Come A, l'osservatore B può usare un regolo per misurare lunghezza, larghezza e spessore, e un

goniometro per misurare gli angoli. Mentre A procede a misurare l'oggetto reale, B procede a misurare l'immagine, ma mentre si avvicina al fuoco il suo regolo, come lui e l'immagine che sta per misurare, diventa più piccolo e esattamente nella stessa proporzione, così che se l'immagine misurava 6 pollici di altezza quando era vicina allo specchio, sembrerebbe sempre misurare 6 pollici di altezza, perché, come visto da A, il regolo si contrarrebbe proprio come l'immagine contratta, sebbene B non sarebbe consapevole della contrazione. Inoltre, a metà strada tra lo specchio e il fuoco, il regolo di B sembrerà ad A lungo solo 6 pollici se tenuto perpendicolarmente all'asse, ma se girato parallelamente all'asse sembrerà ad A lungo solo 3 pollici e, se girato, si contrarrà esattamente nello stesso modo dell'immagine che viene utilizzata per misurare. B, quindi, sarà del tutto incapace, tramite il suo regolo, di accertare che la palla da cricket non è più sferica, o che la parte superiore o il cerchio non sono più circolari. Il giudizio di A e quello di B saranno quindi del tutto discordanti.

Se un cerchio diviso per raggi, diciamo distanti 5° , in angoli uguali viene tenuto con il piano perpendicolare all'asse, l'immagine apparirà sia ad A che a B circolare e con gli angoli uguali, ma se viene girato con il piano parallelo all'asse, l'immagine apparirà ad A un'ellisse e gli angoli in ogni quadrante disuguali, ma B non avrà modo di rilevare queste disuguaglianze e avrà assoluta fiducia nell'accuratezza del suo goniometro.

La domanda sorge spontanea: B non vede che il suo cerchio è diventato un'ellisse? Quando il piano del cerchio è perpendicolare all'asse e B lo guarda dritto, l'immagine sulla retina di B, così come appare ad A e a B, è circolare, ma quando il cerchio viene girato e B si gira per guardarlo, la retina di B subisce esattamente gli stessi cambiamenti del cerchio stesso, e tuttavia l'immagine occupa la stessa porzione della retina di B di prima, e quindi produce la stessa impressione mentale di un cerchio su 3, sebbene A riconosca l'ellitticità dell'immagine retinica di B (che A dovrebbe vedere nello specchio).

Se A cammina dritto lontano dallo specchio a una distanza indefinita, B camminerà verso il fuoco, ma poiché A non può mai raggiungere la stella, così B, camminando, come pensa, uniformemente, non può mai raggiungere F. Infatti, la sua velocità di camminata come vista da A sembra diminuire in proporzione al quadrato della sua distanza da F, poiché tutte le piccole distanze misurate lungo l'asse diminuiscono in questo rapporto, ma B non può mai scoprirlo, perché sembra sempre camminare lo stesso numero di piedi in un minuto, come misurato dal suo stesso regolo decrescente. È vero che quando l'altezza di B e la lunghezza delle sue gambe sembrano ad A ridotte alla metà, la lunghezza del suo passo sembra essere ridotta a un quarto e l'angolo tra le sue gambe mentre cammina essere ridotto di conseguenza; ma se B cerca di misurare questo angolo, il suo goniometro subisce la stessa distorsione, come riconosciuto da A, e B pensa di camminare sempre esattamente nello stesso modo.

Sembra, quindi, che per B il fuoco principale F sia l'infinito. Non può mai raggiungerlo, per quanto a lungo o velocemente cammini; e non c'è nulla nel suo mondo al di là di esso. Tutte le linee rette tracciate da F allo specchio sembrano a B parallele, perché si incontrano solo all'infinito, e non può mai raggiungere il loro punto di incontro. Corrispondono a linee parallele nello spazio euclideo fuori dallo specchio. L'immagine di un quadrato tenuto con il suo piano perpendicolare all'asse apparirà sia ad A che a B come quadrata, ma, tenuto con due dei suoi lati paralleli all'asse, gli angoli del quadrato appariranno ad A come disuguali,

perché i due lati paralleli all'asse convergeranno a F, e le dimensioni del quadrato lungo l'asse saranno inferiori alle sue dimensioni ad angolo retto, ma né il regolo né il goniometro nelle mani di B rileveranno queste irregolarità. Nello spazio convesso dello specchio le linee rette che si incontrano in F sono parallele.

Se due delle linee rette che a B sembrano parallele vengono tagliate da una terza linea e la figura viene esaminata da A, i due angoli interni dallo stesso lato della linea di taglio non sembrano essere uguali a due angoli retti e l'angolo esterno non sembra essere uguale all'angolo interno e opposto.

Questa è la caratteristica essenziale dello spazio convesso dello specchio, ma B non sarà d'accordo con A su nessuna delle due questioni. A B, le proposizioni di Euclide relative alle linee rette parallele sembreranno valide. Penserà di vivere nello spazio euclideo, sebbene A ne sappia di più, o creda di saperlo.

Per l'osservatore esterno, quindi, lo spazio convesso dello specchio ha proprietà diverse man mano che ci si avvicina al fuoco, o, in termini tecnici, non è omologo, e ha proprietà diverse in direzioni diverse, come un cristallo uniassiale, cioè non è isotropo, ma differisce dal cristallo poiché la sua mancanza di isotropismo aumenta man mano che ci si avvicina al fuoco. L'immagine di un'asta di un metro a nove decimi della distanza dallo specchio al fuoco apparirà all'osservatore esterno come misura di un decimetro quando è perpendicolare all'asse, ma solo di un centimetro quando è parallela all'asse.

Questa "distorsione" dello spazio è esattamente ciò che accade secondo la teoria della relatività nelle vicinanze di un corpo gravitante, sebbene la distorsione sia molto piccola anche sulla superficie del sole. Nella direzione dell'attrazione gravitazionale lo spazio si contrae e un regolo è in realtà più corto di quando giace ad angolo retto rispetto alla forza nella misura di circa 43 parti su 10.000.000 sulla superficie del sole. L'effetto è maggiore quanto maggiore è l'intensità della gravitazione e, di conseguenza, aumenta avvicinandosi a un corpo gravitante.

Se si suppone che lo spazio sia occupato da punti e che la lunghezza di una linea sia misurata dal numero di punti in essa contenuti, allora nello spazio libero dalla gravitazione i punti sono distribuiti equamente in tutte le direzioni, ma quando agisce la gravità i punti sono più vicini tra loro nella direzione della gravità che in altre direzioni, come i soldati in colonna sono più vicini tra loro da destra a sinistra che da davanti a dietro, o come le immagini di punti distribuiti uniformemente nello spazio sono più vicine lungo l'asse di uno specchio convesso che in altre direzioni. Questa rappresentazione dell'effetto della gravità è dovuta al Prof. Eddington. La luce va sempre da un punto all'altro nel più breve tempo possibile. Questo principio porta alle normali leggi di riflessione e rifrazione. Nel passaggio attraverso lo spazio in presenza di gravitazione, prenderà il percorso che richiede il passaggio attraverso il minor numero di punti spaziali, e questo significa una rifrazione simile a quella prodotta quando passa in un mezzo più denso in cui la sua velocità è ridotta. L'effetto sulla luce nel passaggio vicino al sole sarà lo stesso come se il sole fosse circondato da un'atmosfera che si estende per una distanza di molti milioni di miglia e diminuisce di densità man mano che aumenta la distanza dal sole. Ciò agirà come una lente convessa che rifrange la luce, che viaggerà più lentamente man mano che si avvicina al sole. Una cometa che si avvicina al sole con la velocità della luce, secondo le leggi di Newton, viaggierebbe più rapidamente man mano che si avvicina, ma la sua orbita si piegherebbe verso il sole man

mano che la luce viene piegata, ma solo per metà. Se la luce di una stella passasse vicino al sole vicino al suo lembo e si comportasse come una cometa sotto l'attrazione del sole, verrebbe deviata di circa sette ottavi di secondo d'arco. Secondo la teoria della relatività verrebbe deviata di secondi. Fu questa deviazione che la spedizione Eclipse si prefisse di misurare. Il comportamento delle comete dimostra che non esiste un'atmosfera solare che possa spiegare la rifrazione alle distanze dal sole a cui la rifrazione è stata osservata.

In tutto ciò che è stato detto riguardo allo spazio dietro uno specchio convesso, si suppone che la dimensione dello specchio sia molto piccola rispetto al suo raggio di curvatura, e gli oggetti e le immagini molto più piccoli ancora. Se uno specchio sferico completo è sospeso nello spazio libero, le immagini geometriche delle stelle saranno distribuite su una sfera di metà raggio dello specchio, e questa superficie sferica è infinita per tutti gli abitanti dello spazio dello specchio. L'immagine di un oggetto che sottende un angolo grande al centro dello specchio sarà piegata. Nella Fig. 1, ab, cd ed ef sono le immagini di rette e

linee che passano tutte per lo stesso punto distante metà del raggio dalla faccia dello specchio. Queste linee sono tutte curve e concave rispetto al centro dello specchio, ma sono linee rette nello spazio convesso dello specchio e passano attraverso il minor numero di punti spaziali di qualsiasi linea che unisce i punti estremi. Sono i percorsi che verrebbero intrapresi dai raggi di luce nello spazio in cui i punti spaziali erano stipati come nello spazio

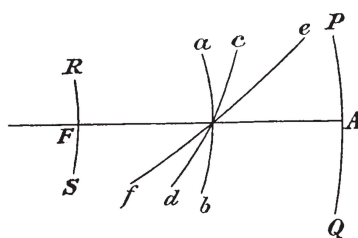


FIG. 1.

convesso dello specchio. In ogni caso la luce viene rifratta verso la porzione di spazio in cui la densità di punti è maggiore. Nella figura PQ rappresenta lo specchio, RS la sfera focale di metà raggio, mentre le immagini corrispondono a linee rette che tagliano FA prodotte nello stesso punto a 90° , 45° e 22° rispettivamente. Si vedrà che la curvatura di ab gli consente di passare attraverso una regione in cui i punti sono meno stipati che lungo la linea che unisce a e b, che appare all'osservatore esterno come

retta. Secondo la teoria di Einstein, la luce che attraversa un corpo gravitazionale come il sole viene rifratta nello stesso modo. Nello spazio convesso dello specchio, le stringhe tese tra i punti a e b, c e d, ed e e f assumerebbero le forme mostrate. Una persona di fretta e che cerca di passare tra la folla farà una deviazione per evitare

le porzioni più densamente stipate della folla. Secondo la teoria della relatività, moto e forza, che coinvolgono il tempo, hanno tempo, le proprietà dello spazio. Nello spazio convesso specchio sono coinvolte solo posizione e direzione, così che il problema è molto più semplice, mentre molti dei risultati sono molto simili.

Se i due grandi principi meccanici della conservazione della quantità di moto e della conservazione dell'energia vengono applicati al movimento dei corpi nello spazio di B, si può costruire un sistema dinamico coerente e B con i suoi strumenti di misura non sarà in grado di rilevare alcuna divergenza dalle leggi del moto di Newton. Ad A, tuttavia, le leggi appariranno molto diverse. Ad esempio, un corpo sotto l'azione di nessuna forza esterna che si muova lungo l'asse dello specchio si muoverà con una velocità che varia come il quadrato della sua distanza da F. Ciò significa che la massa apparente varierà inversamente come il quadrato della distanza del corpo da F e, man mano che il corpo si avvicina a F, la massa sembra aumentare indefinitamente. Ciò corrisponde all'aumento di massa secondo la teoria

della relatività quando la velocità di un corpo aumenta, diventando infinita man mano che ci si avvicina alla velocità della luce. Secondo la teoria della relatività, la massa di un corpo è maggiore nella direzione del suo moto che nelle direzioni perpendicolari alla sua direzione di moto. Nello spazio convesso dello specchio la massa è maggiore, quando misurata dall'effetto accelerativo di una forza, nella direzione dell'asse che in direzioni perpendicolari all'asse, e maggiore quanto più vicino è il fuoco. Il motivo per cui B non riesce a rilevare nessuno di questi cambiamenti è che tutte le sue unità standard cambiano nello stesso modo; e, poiché tutte le misurazioni fisiche alla fine si riducono a un confronto con unità standard, se le unità cambiano, non può essere rilevato un corrispondente cambiamento nella quantità misurata. Non possiamo, ad esempio, rilevare la variazione del peso di un corpo tra l'equatore e i poli per mezzo di pesi standard e una coppia di bilance, sebbene possiamo rilevarla con una bilancia a molla o un pendolo. È sempre l'osservatore, A, che vede la maggior parte del gioco.

Circa trent'anni fa o più, il dottor Edwin Abbott scrisse un piccolo jeu d'esprit intitolato Flatland. All'epoca della sua pubblicazione non attirò l'attenzione che meritava. Il dottor Abbott raffigura esseri intelligenti la cui intera esperienza è confinata a un piano, o altro spazio di due dimensioni, che non hanno facoltà con cui possono prendere coscienza di qualcosa al di fuori di quello spazio e nessun mezzo per muoversi dalla superficie su cui vivono. Chiede quindi al lettore, che ha coscienza della terza dimensione, di immaginare una sfera che scende sul piano di Flatlandia e lo attraversa. Come considereranno gli abitanti questo fenomeno? Non vedranno la sfera che si avvicina e non avranno alcuna concezione della sua solidità. Saranno solo consapevoli del cerchio in cui taglia il loro piano. Questo cerchio, all'inizio un punto, aumenterà gradualmente di diametro, spingendo gli abitanti di Flatlandia verso l'esterno dalla sua circonferenza, e questo andrà avanti finché metà della sfera non avrà attraversato il piano, quando il cerchio si contrarrà gradualmente fino a diventare un punto e poi scomparirà, lasciando la Abitanti delle pianure in possesso indisturbato del loro paese (supponendo che la ferita nel piano sia guarita). La loro esperienza sarà quella di un ostacolo circolare che gradualmente si espande o cresce, e poi si contrae, e attribuiranno alla crescita nel tempo ciò che l'osservatore esterno in tre dimensioni assegna al movimento nella terza dimensione. Trasferisci questa analogia a un movimento della quarta dimensione attraverso lo spazio tridimensionale. Supponiamo che il passato e il futuro dell'universo siano tutti raffigurati nello spazio quadridimensionale e visibili a qualsiasi essere che abbia coscienza della quarta dimensione. Se c'è movimento del nostro spazio tridimensionale rispetto alla quarta dimensione, tutti i cambiamenti che sperimentiamo e attribuiamo al flusso del tempo saranno dovuti semplicemente a questo movimento, l'intero futuro così come il passato esistendo sempre nella quarta dimensione.

La teoria della relatività richiede che un termine di quarta dimensione venga introdotto nelle sue equazioni dinamiche. Questo termine coinvolge il tempo e la velocità della luce. In genere, il metodo più semplice per esprimere algebricamente posizione e movimento nello spazio tridimensionale è tramite riferimento a tre direzioni reciprocamente ad angolo retto, come i bordi di un cubo che si incontrano in un angolo. Queste linee possono, ad esempio, essere tracciate attraverso l'osservatore a nord e a sud e a est e a ovest, come le linee di riferimento su una mappa, mentre la terza linea è su e giù. Il punto di riferimento dell'osservatore è dove queste tre linee si incontrano. Nella geometria quadridimensionale c'è una quarta direzione ad angolo retto rispetto a ciascuna delle tre. La maggior parte di noi non è in grado di formare un'immagine chiara di tale direzione come una concezione

puramente geometrica. Per noi l'unica figura che è ad angolo retto rispetto a ogni linea retta tracciata attraverso un punto è una sfera, o un numero qualsiasi di sfere, con O come centro. Come affermato sopra, la quarta coordinata coinvolge il tempo e la velocità della luce insieme. Immagina che queste sfere si muovano sempre verso l'interno, verso O, alla velocità della luce, e poi che si espandano di nuovo da O alla stessa velocità, e che ciò avvenga in modo abbastanza uniforme, come se...

ogni O può muoversi in relazione ad altri punti di osservazione, così che il centro del sistema di sfere in contrazione ed espansione viaggia con l'osservatore, e ogni osservatore ha il suo sistema di sfere. Le sfere in avvicinamento e in contrazione contengono al loro interno l'intero futuro; le sfere in allontanamento e in espansione contengono il passato. Il presente è il passaggio di una sfera attraverso O, l'osservatore, quando quella sfera è concentrata su un punto. Questa concezione di una quarta dimensione non è quindi quella di una semplice dimensione spaziale come le altre tre, ma, come richiesto dalla teoria della relatività, è intimamente associata al tempo e al movimento, e l'esperienza dell'osservatore è semplicemente l'accadimento di eventi con il flusso del tempo. È molto simile alla concezione del Flatlander della terza dimensione derivata dalla sfera invadente. Si noterà che per osservatori diversi le impressioni del presente non sono esattamente le stesse. Osserviamo un evento in una stella. È presente per noi. Per un osservatore nella stella ciò accadde anni fa.

La teoria della relatività implica un cambiamento nell'unità di tempo, in base al moto dell'osservatore rispetto all'oggetto osservato. Questa complicazione non entrava nella considerazione dello spazio dietro lo specchio convesso, così che i problemi dinamici in quello spazio erano relativamente semplici. Secondo la teoria della relatività, se l'osservatore si muove alla velocità della luce, il tempo rimane invariato. Questo deve essere stato il caso del Cappellaio Matto. Con lui erano sempre le sei, e sempre l'ora del tè.

W.G.